

Cara Mudah Mencari Bilangan-bilangan dari Dalil Fermat Terakhir

Riyanto (Dosen pada Jurusan Ilmu Pendidikan FKIP Unib)

FERMAT seorang pengacara yang hidup antara tahun 1601 hingga 1665. Dia dikenal sebagai pembuktian terakhir dari teorema terakhir. Teorema tersebut merupakan teka-teki yang memancing para pencari-pencinta matematika. Fermat mengatakan bahwa $x^n + y^n = z^n$ dengan x, y, z dan n bilangan positif, tidak ada jawaban jika $n > 2$. Misalnya $3^2 + 4^2 = 5^2$. Fermat sendiri mengatakan dapat membuktikan rumus itu, namun disebabkan tempat yang terbatas maka bukti itu tak dapat disampaikan. Dalil ini dikenal sebagai Dalil Terakhir Fermat (DTF). Sempat diragukan apakah pada waktu itu Fermat telah menemukan pembuktian yang tidak keliru. Banyak ahli matematika berusaha membuktikan DTF itu namun belum berhasil. Pada tahun 1995 Andrew Wiles telah mampu membuktikan Dalil Terakhir Fermat.

Persoalan yang muncul adalah bagaimanakah cara mudah untuk menemukan bilangan-bilangan yang memenuhi syarat DTF? Untuk memecahkan persoalan tersebut digunakan persamaan beda suku-bilangan berurutan dari barisan geometri dengan $Un = n^k$ (Riyanto,

- 1995). Di bawah ini dipaparkan persamaan beda suku-bilangan berurutan dari barisan geometri untuk n, n^2, n^3, n^4 , dan n^5 sebagai berikut:
1. $n - (n-1) = 1$
 2. $n^2 - (n-1)^2 = 2n-1$
 3. $n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$
 4. $n^4 - (n-1)^4 = 4n^3 - 6n^2 + 4n - 1$
 5. $n^5 - (n-1)^5 = 5n^4 - 10n^3 + 10n^2 - 5n + 1$

Kita akan menggunakan persamaan 2 untuk mencari bilangan-bilangan DTF. Persamaan 2 dapat ditulis $n^2 - (n-1)^2 = 2n-1$ atau $n^2 = (n-1)^2 + (2n-1)$. Persamaan tersebut dapat ditulis $Z^2 = X^2 + Y^2$ atau $X^2 + Y^2 = Z^2$. Dengan demikian, persamaan $n^2 = (n-1)^2 + (2n-1)$ dapat digunakan untuk mencari bilangan DTF. Cara yang mudah adalah mengganti n dari $\sqrt{2n-1}$ dengan bilangan tertentu agar hasilnya bilangan positif. Tentu n adalah bilangan ganjil karena jika n adalah bilangan genap hasilnya pasti bukan bilangan bulat.

Contoh:

Jika $n = 3$, maka $\sqrt{2 \cdot 3 - 1} = \sqrt{5} = 2,22$ (tidak bulat artinya tidak tepat)

Jika $n = 5$, maka $\sqrt{2 \cdot 5 - 1} = \sqrt{9} = 3$

Jika $n = 13$, maka $\sqrt{2 \cdot 13 - 1} = \sqrt{25} = 5$

Jika $n = 25$, maka $\sqrt{2 \cdot 25 - 1} = \sqrt{49} = 7$

Jika $n = 41$, maka $\sqrt{2 \cdot 41 - 1} = \sqrt{81} = 9$

Jika $n = 61$, maka $\sqrt{2 \cdot 61 - 1} = \sqrt{121} = 11$

Jika $n = 85$, maka $\sqrt{2 \cdot 85 - 1} = \sqrt{169} = 13$, dst.

Perhatikan pola persamaan di atas, hasilnya memiliki keteraturan. Hasil $\sqrt{2n-1}$ selalu bilangan ganjil dan memiliki selisih 2. Berdasarkan pola itu bilangan DTF dapat dicari dengan cara berikut.

Jika $X^2 + Y^2 = Z^2$ agar X, Y , dan Z bilangan bulat positif maka $Z = (Y^2 + 1)/2$
 $X = Z - 1$
 $Y = \text{bilangan ganjil} \geq 3$

Contoh:

1. Jika $Y = 3, Z = 5$ dan $X = 4$ atau $5^2 = 4^2 + 3^2$
2. Jika $Y = 5, Z = 13$ dan $X = 12$ atau $13^2 = 12^2 + 5^2$

3. Jika $Y = 7, Z = 25$ dan $X = 24$ atau $25^2 = 24^2 + 7^2$

4. Jika $Y = 9, Z = 41$ dan $X = 40$ atau $41^2 = 40^2 + 9^2$

5. Jika $Y = 11, Z = 61$ dan $X = 60$ atau $61^2 = 60^2 + 11^2$

6. Jika $Y = 13, Z = 85$ dan $X = 84$ atau $85^2 = 84^2 + 13^2$

7. Jika $Y = 1001, Z = 501001$ dan $X = 501000$ atau $501001^2 = 501000^2 + 1001^2$, dst.

Kelipatan persamaan di atas juga memenuhi bilangan DTF, seperti contoh di bawah ini.

- Kelipatan 2
1. $10^4 = 8^4 + 6^4$
 2. $26^4 = 24^4 + 10^4$, dst.

- Kelipatan 3
1. $15^4 = 12^4 + 9^4$
 2. $39^4 = 36^4 + 15^4$, dst.

Mencari Persamaan Pangkat 3
 Untuk mencari persamaan pangkat 3 digunakan persamaan 3. Cara yang digunakan hampir sama dengan Persamaan pangkat 2, yaitu melalui persamaan $n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$ dapat ditemukan persamaan $a^3 + b^3 + c^3 = d^3$ untuk a, b, c , dan d bilangan bulat positif, tak ada jawaban untuk $n > 3$. Bilangan

b dan c diperoleh dari $3n^2 - 3n + 1$. Persamaan $n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$ dapat ditulis $n^3 = (n-1)^3 + (3n^2 - 3n + 1)$. Persamaan tersebut dapat juga ditulis $d^3 = a^3 + b^3 + c^3$. Dengan demikian, persamaan $n^3 = (n-1)^3 + (3n^2 - 3n + 1)$ dapat digunakan untuk mencari bilangan yang memenuhi syarat persamaan pangkat 3. Cara yang mudah adalah mengganti n dari $\sqrt{3n^2 - 3n + 1}$ dengan bilangan tertentu agar hasilnya bilangan positif. Berikutnya hasilnya diurut menjadi b dan c . Misalnya:

Jika $n = 6$ maka $\sqrt{3 \cdot 6^2 - 3 \cdot 6 + 1} = \sqrt{91} = \sqrt{64 + 27}$
 Jadi $n = 6$ diperoleh persamaan
 $1. 6^3 = 5^3 + 4^3 + 3^3$

Untuk $n = 9$ maka $\sqrt{3 \cdot 9^2 - 3 \cdot 9 + 1} = \sqrt{217} = \sqrt{16 + 201}$
 $2. 9^3 = 8^3 + 6^3 + 1^3$

Untuk $n = 19$ maka $\sqrt{3 \cdot 19^2 - 3 \cdot 19 + 1} = \sqrt{1027} = \sqrt{1000 + 27}$
 $3. 19^3 = 18^3 + 10^3 + 3^3$

Kelipatan persamaan di atas juga memenuhi bilangan persamaan pangkat 3, seperti contoh di bawah ini.

- Kelipatan 2
1. $12^3 = 10^3 + 8^3 + 6^3$
 2. $38^3 = 36^3 + 20^3 + 6^3$
 3. $38^3 = 36^3 + 20^3 + 6^3$, dst.

Mencari Persamaan Bilangan Pangkat 4
 Berdasarkan coba-coba ditemukan untuk persamaan bilangan pangkat 4

$15^4 = 14^4 + 9^4 + 8^4 + 6^4 + 4^4$
 Beberapa persamaan bilangan pangkat 4 yang kurang sempurna (karena ada tanda minus)

1. $11^4 = 10^4 + 8^4 + 5^4 - 3^4 + 1^4$
2. $19^4 = 18^4 + 13^4 - 8^4 + 5^4 + 4^4 - 2^4$
3. $22^4 = 21^4 + 13^4 + 10^4 + 6^4 + 3^4 + 1^4 - 9^4$
4. $9^4 = 8^4 + 7^4 + 3^4 - 2^4 - 1^4$
5. $17^4 = 15^4 + 13^4 + 8^4 + 4^4 - 2^4 - 1^4$

Kelipatan persamaan di atas juga memenuhi bilangan persamaan pangkat 4, seperti contoh di bawah ini.

Kelipatan

1. $30^4 = 28^4 + 18^4 + 16^4 + 12^4 + 8^4 - 6^4 - 5^4 - 3^4 - 2^4 - 1^4$
2. $60^4 = 56^4 + 36^4 + 32^4 + 24^4 + 16^4$, dst.

Mencari Persamaan bilangan pangkat 5

Berdasarkan coba-coba ditemukan untuk persamaan bilangan pangkat 5

1. $12^5 = 11^5 + 9^5 + 7^5 + 6^5 + 5^5 + 4^5$

Kelipatan persamaan di atas juga memenuhi bilangan persamaan pangkat 5, seperti contoh di bawah ini.

Kelipatan

1. $24^5 = 22^5 + 18^5 + 14^5 + 12^5 + 10^5 + 8^5$
2. $36^5 = 33^5 + 27^5 + 21^5 + 18^5 + 15^5 + 12^5$

Sumber bacaan:
 Riyanto. 1995. Hubungan antar barisan geometri ($Un = n^k$), deret aritmatika, dan pangkat. Jurn. Pendidikan Humaniora dan sains: tahun 1, nomor 2, April 1995. Hal 12-23.